Capítulo 8

Experimentos k Fatores de Interesse

Gustavo Mello Reis
José Ivo Ribeiro Júnior

Universidade Federal de Viçosa
Departamento de Informática
Setor de Estatística

Viçosa 2007

1. Fatorial 2^k Completo

O fatorial 2^k é útil nos estágios iniciais de um trabalho experimental, quando muitos fatores são prováveis de serem investigados.

1.1. Fatorial 2^2

Consiste em ensaiar dois fatores com apenas dois níveis qualitativos ou quantitativos.

Como exemplo, considere os resultados de um fatorial 2^2 com quatro repetições, segundo um delineamento inteiramente casualizado armazenados no arquivo “fatorial22.csv”. Os fatores A (tempo de deposição) e B (taxa de escoamento de arsênico) consistem dos níveis curto (-1) e longo (1) e de 55% (-1) e 59% (1), respectivamente. A variável resposta é a espessura (μm) da camada epitaxial, (Y). No R, os dados serão lidos da seguinte forma:

```
dados.fat22<-read.csv2(“fatorial22.csv”, dec= “.”)
dados.fat22
```

TRAT	rept	A	B	Y
1	1	-1	-1	14.037
1	2	-1	-1	14.165
1	3	-1	-1	13.972
1	4	-1	-1	13.907
2	1	1	-1	14.821
2	2	1	-1	14.757
2	3	1	-1	14.843
2	4	1	-1	14.878
3	1	-1	1	13.880
3	2	-1	1	13.860
3	3	-1	1	14.032
3	4	-1	1	13.914
4	1	1	1	14.888
4	2	1	1	14.921
4	3	1	1	14.415
4	4	1	1	14.932

```
attach(dados.fat22)
```

O modelo é o seguinte:

mod.fat22<-lm(Y~A*B)   # Montagem do modelo completo

Antes da interpretação dos resultados, é necessário verificar a validade das pressuposições:

re.mod.fat22<-residuals(mod.fat22) # Resíduos do modelo
ks.test(re.mod.fat22, “pnorm”, mean=0, sd = sd(re.mod.fat22))
bartlett.test(re.mod.fat22, TRAT)

Com as pressuposições satisfeitas, tem-se:

anova(mod.fat22)   # Gerar o quadro da ANOVA

```
Analysis of Variance Table

Response: Y
          Df  Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
A          1 2.79558 2.79558 134.4675 7.076e-08 ***
B          1 0.01809 0.01809   0.8701    0.3693
A:B        1 0.00397 0.00397   0.1909    0.6699
Residuals 12 0.24948 0.02079
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

O gráfico da interação AxB, não significativa, deve ser construído da seguinte forma:

mod.fat22.sig<-lm(Y~A)   # Modelo contendo apenas o fator significativo
re.mod.fat22.sig<-residuals(mod.fat22.sig)   # Resíduos do modelo
fit.mod.fat22.sig<-Y-re.mod.fat22.sig   # Valor de Y ajustado pelo modelo
interaction.plot(A, B, fit.mod.fat22.sig)   # Gráfico da interação com os valores ajustados

Para obter as estimativas dos efeitos, deve-se multiplicar as estimativas dos coeficientes por dois, da seguinte forma:

coef(mod.fat22)*2

```
(Intercept)           A           B         A:B
   28.77775     0.83600    -0.06725     0.03150
```

1.2. Fatorial 2^3

Como exemplo, considere os resultados de um fatorial 2^3 com duas repetições, segundo um delineamento inteiramente casualizado representados no arquivo “fatorial23.csv”. Os fatores A (taxa de alimentação), B (profundidade de corte) e C (ângulo de corte), com dois níveis cada um, denotados por -1 e 1. A variável resposta é a rugosidade da superfície (Y).

Os dados serão lidos no R da seguinte forma:

dados.fat23<-read.csv2(“fatorial23.csv”, dec= “.”)

dados.fat23

TRAT	rept	A	B	C	Y
1	1	-1	-1	-1	9
1	2	-1	-1	-1	7
2	1	1	-1	-1	10
2	2	1	-1	-1	12
3	1	-1	1	-1	9
3	2	-1	1	-1	11
4	1	1	1	-1	12
4	2	1	1	-1	15
5	1	-1	-1	1	11
5	2	-1	-1	1	10
6	1	1	-1	1	10
6	2	1	-1	1	13
7	1	-1	1	1	10
7	2	-1	1	1	8
8	1	1	1	1	16
8	2	1	1	1	14

attach(dados.23)

A montagem do modelo e a verificação das pressuposições se dão por:

```
mod.fat23<-lm(Y~A*B*C)  # Montagem do modelo completo
re.mod.fat23<-residuals(mod.fat23)   # Resíduos do modelo
ks.test(re.mod.fat23, “pnorm”, mean=0, sd = sd(re.mod.fat23))
bartlett.test(re.mod.fat23, TRAT)
```

Com as pressuposições satisfeitas, tem-se:

```
anova(mod.fat23)     # Gerar o quadro da ANOVA
```

```
Analysis of Variance Table

Response: Y
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)   
A          1 45.562  45.562 18.6923 0.002534 **
B          1 10.562  10.562  4.3333 0.070931 . 
C          1  3.062   3.062  1.2564 0.294849   
A:B        1  7.562   7.562  3.1026 0.116197   
A:C        1  0.062   0.062  0.0256 0.876749   
B:C        1  1.562   1.562  0.6410 0.446463   
A:B:C      1  5.062   5.062  2.0769 0.187512   
Residuals  8 19.500   2.438                    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Como não houve interação significativa, o gráfico de interação deve ser construído da seguinte forma:

```
mod.fat23.sig<-lm(Y~A)     # Modelo contendo apenas o fator significativo
re.mod.fat23.sig<-residuals(mod.fat23.sig)   # Resíduos do modelo
fit.mod.fat23.sig<-Y-re.mod.fat23.sig     # Valor de Y ajustado pelo modelo
interaction.plot(A, B, fit.mod.fat23.sig)  # Gráfico da interação com os valores ajustados
interaction.plot(A, C, fit.mod.fat23.sig)
interaction.plot(B, C, fit.mod.fat23.sig)
```

As estimativas dos efeitos serão obtidas através de:

```
coef(mod.fat23)*2
```

(Intercept)	A	B	C	A:B	A:C	B:C	A:B:C
22.125	3.375	1.625	0.875	1.375	0.125	-0.625	1.125

1.3. Fatorial 2^4

Como exemplo, considere os resultados de um fatorial 2^4 com uma repetição, segundo um delineamento inteiramente casualizado representados no arquivo “fatorial24.csv”. Os fatores A (espaçamento), B (pressão), C (escoamento de C_2F_6) e D (potência), com dois níveis cada um, denotados por -1 e 1. A variável resposta é a taxa de ataque por plasma do nitreto de silicone (Y).

Os dados serão lidos no R da seguinte forma:

```
dados.fat24<-read.csv2(“fatorial24.csv”, dec= “.”)
dados.fat24
```

TRAT	A	B	C	D	Y
1	-1	-1	-1	-1	550
2	1	-1	-1	-1	669
3	-1	1	-1	-1	604
4	1	1	-1	-1	650
5	-1	-1	1	-1	633
6	1	-1	1	-1	642
7	-1	1	1	-1	601
8	1	1	1	-1	635
9	-1	-1	-1	1	1037
10	1	-1	-1	1	749
11	-1	1	-1	1	1052
12	1	1	-1	1	868
13	-1	-1	1	1	1075

14	1	-1	1	1	860
15	-1	1	1	1	1063
16	1	1	1	1	729

attach(dados.fat24)

A montagem do modelo e a verificação das pressuposições se dão por:

```
mod.fat24<-lm(Y~A*B*C*D)  # Montagem do modelo completo
re.mod.fat24<-residuals(mod.fat24) # Resíduos do modelo
ks.test(re.mod.fat24, “pnorm”, mean=0, sd = sd(re.mod.fat24))
bartlett.test(re.mod.fat24, TRAT)
```

As estimativas dos efeitos serão obtidas da seguinte forma:

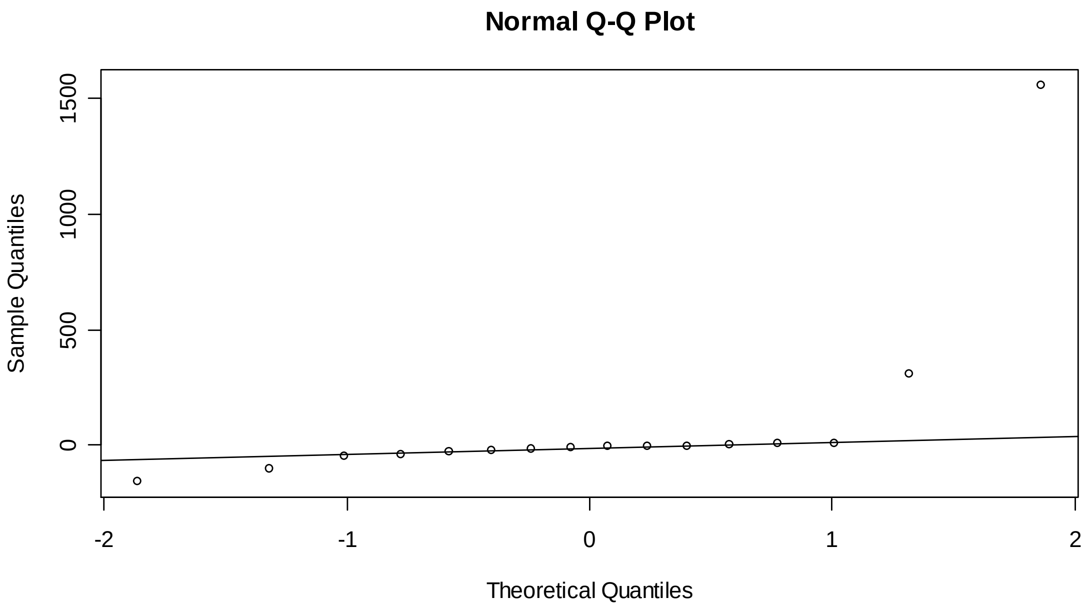
```
efeito<-coef(mod.fat24)*2
efeito
```

```
(Intercept)        A          B          C          D        A:B
   1552.125   -101.625     -1.625      7.375    306.125     -7.875

   A:C        B:C        A:D        B:D        C:D      A:B:C
 -24.875    -43.875   -153.625     -0.625     -2.125    -15.625

   A:B:D      A:C:D      B:C:D    A:B:C:D
   4.125      5.625    -25.375    -40.125
```

Será construído o gráfico de probabilidade normal dos efeitos, com o objetivo de identificar os efeitos de terceira e quarta ordens (difícil interpretação) que possam ser considerados não significativos e, portanto irão compor o resíduo, para tanto, serão considerados não significativos aqueles que estiverem próximos à reta.

```
qqnorm(efeito)
qqline(efeito)
```

Figura 1. Gráfico de probabilidade normal dos efeitos



Para identificar a qual efeito cada ponto está relacionado, deve-se utilizar uma função para ordenar os efeitos, assim os efeitos ordenados terão a mesma seqüência, da esquerda para direita, observada no gráfico.

sort(efeito)

```
    A:D        A          B:C     A:B:C:D      B:C:D       A:C
 -153.625  -101.625    -43.875   -40.125     -25.375   -24.875

  A:B:C       A:B         C:D        B         B:D      A:B:D
 -15.625    -7.875      -2.125     -1.625    -0.625     4.125

  A:C:D        C           D     (Intercept)
  5.625      7.375     306.125    1552.125
```

De acordo com o gráfico de probabilidades dos efeitos (Figura 1), pode-se concluir que todos os efeitos de terceira e quarta ordens podem ser retirados do modelo. Assim, será construído um novo modelo desconsiderando esses efeitos, da seguinte forma:

mod.fat24<-lm(Y~A+B+C+D+A:B+A:C+A:D+B:C+B:D+C:D)

Se as pressuposições forem satisfeitas, então tem-se:

anova(mod.fat24)   # Gerar o quadro da ANOVA

```
Analysis of Variance Table

Response: Y
          Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
A          1  41311   41311  20.2765  0.006382 **
B          1     11      11   0.0052  0.945391
C          1    218     218   0.1068  0.757069
D          1 374850  374850 183.9879 3.903e-05 ***
A:B        1    248     248   0.1218  0.741351
A:C        1   2475    2475   1.2148  0.320582
A:D        1  94403   94403  46.3357  0.001042 **
B:C        1   7700    7700   3.7794  0.109498
B:D        1      2       2   0.0008  0.978978
C:D        1     18      18   0.0089  0.928641
Residuals  5  10187    2037
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

O gráfico da interação AxD, significativa (P < 0,05), pode sr construído da seguinte forma:

interaction.plot(A, D, Y)

Já os gráficos de interação para os fatores que não tiveram interação significativa (P > 0,05), devem ser construídos da seguinte forma:

mod.fat24.sig<-lm(Y~A+D+A:D)   # Modelo contendo apenas os fatores significativos

re.mod.fat24.sig<-residuals(mod.fat24.sig)   # Resíduos do modelo

fit.mod.fat24.sig<-Y-re.mod.fat24.sig   # Valor de Y ajustado pelo modelo

interaction.plot(A, B, fit.mod.fat24.sig)   # Gráfico da interação com os valores ajustados

interaction.plot(A, C, fit.mod.fat24.sig)

interaction.plot(B, C, fit.mod.fat24.sig)

interaction.plot(B, D, fit.mod.fat24.sig) interaction.plot(C, D, fit.mod.fat24.sig)

2. Fatorial 2^k Fracionado

À medida que o número de fatores em um fatorial 2^k aumenta, o número de tratamentos também aumenta. Por exemplo, no fatorial 2^5, existem 32 tratamentos. Nesse fatorial, somente cinco graus de liberdade correspondem aos efeitos principais e 10 graus de liberdade correspondem às interações de segunda ordem. Dezesseis dos 31 graus de liberdade são usados para estimar interações de ordens altas, ou seja, interações de terceira, quarta e quinta ordens. Freqüentemente, há pouco interesse nessas interações de ordens altas, particularmente quando se começa a estudar um processo. Se puder considerar que as interações de ordens altas são negligenciáveis, então um fatorial fracionado, envolvendo menos tratamentos que um fatorial completo 2^k, poderá ser usado para obter informações sobre os efeitos principais e as interações de ordens baixas. Assim, os fatores que forem identificados como importantes, serão estudados mais profundamente em experimentos subseqüentes.

Para fazer o planejamento no R deve-se instalar o pacote conf.design. Após a instalação, deve-se ativá-lo com o comando library(conf.design).

2.1. Fatorial Fracionado 2^{k-1}

Como exemplo, considere o experimento do ataque por plasma, onde foi usado um fatorial fracionado 2^{4-1}, para estudar os quatro fatores: espaçamento (A), pressão (B), taxa de escoamento de C_2F_6 (C) e potência (D). Esse fatorial foi construído como o fatorial básico 2^3 nos fatores A, B e C e estabelecido os níveis do quarto fator D = ABC, ou seja, I=ABCD.

O comando para gerar o planejamento no R, será utilizado da seguinte forma:

conf.design(G = matriz, p = número de níveis, block.name = nome dos blocos, treatment.names = nomes dos tratamentos)

A matriz G deve conter a relação de definição para a obtenção do planejamento. Como neste caso existe apenas um (I=ABC), a matriz será M_{1x4}. No R, tem-se:

```
m24<-c(1,1,1,1)  # Matriz G
pla24<-conf.design(G=m24, p=2, treatment.names=c("A","B","C","D"))
pla24
```

	Blocks	A	B	C	D
1	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0
3	0	1	0	1	0
4	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	1
6	0	0	1	0	1
7	0	0	0	1	1
8	0	1	1	1	1
9	1	1	0	0	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	0	1	0
12	1	1	1	1	0
13	1	0	0	0	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	0	1	1
16	1	0	1	1	1

Como pode ser observado o R gera todos planejamentos possíveis e os separa em blocos. Neste exemplo o bloco 0 é para I = ABCD e o bloco 1 para I = - ABCD. Como será utilizado apenas um bloco, o segundo será eliminado da seguinte forma:

```
pla24<-pla24[1:8,]
```

Para substituir os zeros por -1, referentes aos fatores obtidos no planejamento, pode-se utilizar o seguinte comando:

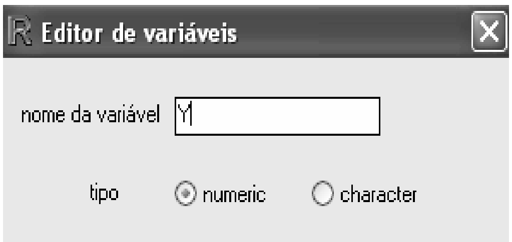
fix(pla24)

	Blocks	A	B	C	D	var6
1	0	0	0	0	0	
2	0	1	1	0	0	
3	0	1	0	1	0	
4	0	0	1	1	0	
5	0	1	0	0	1	
6	0	0	1	0	1	
7	0	0	0	1	1	
8	0	1	1	1	1	
9						

Também, serão adicionados os valores da variável Y na posição var6. Para isso deve-se dar um clique em var6 e escolher, na janela que será aberta (Figura 2a), a opção numeric, e mudar o nome var6 para Y. Depois, fechar esta janela e digitar os valores correspondentes a cada tratamento (Figura 2b) e fechar a janela.

Figura 2. Janelas de utilização do comando fix

a



b

	Blocks	A	B	C	D	Y
1	0	-1	-1	-1	-1	550
2	0	1	1	-1	-1	650
3	0	1	-1	1	-1	642
4	0	-1	1	1	-1	601
5	0	1	-1	-1	1	749
6	0	-1	1	-1	1	1052
7	0	-1	-1	1	1	1075
8	0	1	1	1	1	729

Assim, o objeto pla24 deve estar da seguinte forma no R:

pla24

```
  Blocks  A  B  C  D    Y
1      0 -1 -1 -1 -1  550
2      0  1  1 -1 -1  650
```

```
3      0  1 -1  1 -1  642
4      0 -1  1  1 -1  601
5      0  1 -1 -1  1  749
6      0 -1  1 -1  1 1052
7      0 -1 -1  1  1 1075
8      0  1  1  1  1  729
```

attach(pla24)

O fatorial fracionado 2^{4-1} planejado é de resolução III (2^{4-1}_{III}) e, portanto, o interesse é de estudar somente os efeitos principais, por meio de:

mod24<-lm(Y~A+B+C+D)
anova(mod24)

```
Analysis of Variance Table

Response: Y
          Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
A          1  32258   32258  1.2171 0.35049
B          1     32      32  0.0012 0.97446
C          1    265     265  0.0100 0.92673
D          1 168781  168781  6.3680 0.08591 .
Residuals  3  79513   26504
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

As estimativas dos efeitos serão obtidas através de:

coef(mod24)*2

```
(Intercept)         A-1         B-1         C-1         D-1
       1691         254          -8         -23        -581
```

2.2. Fatoriais Fracionados 2^{k-p}

Embora o fatorial 2^{k-1} seja capaz em reduzir o número de tratamentos para um experimento, pode-se encontrar frações menores que fornecerão quase tanta informação útil quanto antes, com maior economia. Em geral, um fatorial 2^k pode ser estabelecido em uma fração $(1/2)^p$, chamado de fatorial fracionado 2^{k-p}. Desse modo, uma fração 1/2 é chamada de fatorial 2^{k-1}, uma fração 1/4 de 2^{k-2}, uma fração 1/8 de 2^{k-3}, uma fração 1/16 de 2^{k-4} e assim por diante.

Com o objetivo de ilustrar a fração 1/4, considere um experimento com seis fatores e suponha que o interesse esteja, principalmente, nos efeitos principais e de obter alguma informação a respeito das interações de segunda ordem. Nesse caso, tem-se uma fração 1/4 ou um fatorial fracionado 2_{IV}^{6-2}. Esse fatorial contém 16 tratamentos e, com 15 graus de liberdade, permitirá que todos os seis efeitos principais sejam estimados e com alguma capacidade para estudar as interações de segunda ordem.

Por exemplo, para construir o fatorial fracionado 2^{6-2}, escreve-se o fatorial básico como um fatorial 2^4 para os fatores A, B, C e D, e iguala-se o fator E com a interação AxBxC e o fator D com a interação BxCxD. Nesse caso, foram selecionadas duas relações de definição, dadas por: I = ABCE e I = BCDF.

Como exemplo, considere que as peças fabricadas em um processo de moldagem por injeção estão apresentando um encolhimento excessivo, que está causando problemas nas operações de arranjo antes da área de moldagem por injeção. Com o objetivo de reduzir o encolhimento, uma equipe de trabalho decidiu fazer um experimento fatorial fracionado 2^{6-2} para estudar o processo de moldagem por injeção. A equipe investigou seis fatores, cada um com dois níveis: temperatura do molde (A), velocidade do parafuso (B), tempo de retenção (C), tempo do ciclo (D), tamanho do ponto de injeção (E) e pressão de retenção (F). A matriz a ser utilizada será:

$$M_{2x6} = \begin{pmatrix} 1A & 1B & 1C & 0D & 1E & 0F \\ 0A & 1B & 1C & 1D & 0E & 1F \end{pmatrix}.$$

No R, ela será montada da seguinte forma:

```
m26<-rbind(c(1,1,1,0,1,0), c(0,1,1,1,0,1))
m26
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,]    1    1    1    0    1    0
[2,]    0    1    1    1    0    1
```

O planejamento será montado da seguinte forma:

```
pla26<-conf.design(G=m26, p=2, treatment.names=c(“A”, “B”, “C”, “D”, “E”, “F”))
```

Para selecionar apenas o primeiro planejamento onde I = ABCE e I = BCDF, deve-se selecionar as primeiras 16 linhas do objeto pla26 da seguinte forma:

```
pla26<-pla26[1:16,]
pla26
```

```
   Blocks A B C D E F
1      00 0 0 0 0 0 0
2      00 0 1 1 0 0 0
3      00 1 1 0 1 0 0
4      00 1 0 1 1 0 0
5      00 1 0 0 0 1 0
6      00 1 1 1 0 1 0
7      00 0 1 0 1 1 0
8      00 0 0 1 1 1 0
9      00 1 1 0 0 0 1
10     00 1 0 1 0 0 1
11     00 0 0 0 1 0 1
12     00 0 1 1 1 0 1
13     00 0 1 0 0 1 1
14     00 0 0 1 0 1 1
15     00 1 0 0 1 1 1
16     00 1 1 1 1 1 1
```

Para substituir os zeros por -1, referentes aos fatores obtidos no planejamento será utilizado o comando fix, como visto no item anterior:

```
fix(pla26)
```

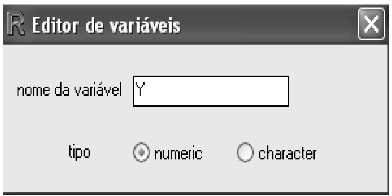
Editor de dados

	Blocks	A	B	C	D	E	F	var8
1	00	0	0	0	0	0	0	
2	00	0	1	1	0	0	0	
3	00	1	1	0	1	0	0	
4	00	1	0	1	1	0	0	
5	00	1	0	0	0	1	0	
6	00	1	1	1	0	1	0	
7	00	0	1	0	1	1	0	
8	00	0	0	1	1	1	0	
9	00	1	1	0	0	0	1	
10	00	1	0	1	0	0	1	
11	00	0	0	0	1	0	1	
12	00	0	1	1	1	0	1	
13	00	0	1	0	0	1	1	
14	00	0	0	1	0	1	1	
15	00	0	0	0	1	1	1	
16	00	1	1	1	1	1	1	

Também, será adicionado a variável Y na posição de var8, como mostrado nas Figuras 3a e 3b.

Figura 3. Janelas de utilização do comando fix

a



b

	Blocks	A	B	C	D	E	F	Y
1	00	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6
2	00	-1	1	1	-1	-1	-1	26
3	00	1	1	-1	1	-1	-1	60
4	00	1	-1	1	1	-1	-1	5
5	00	1	-1	-1	-1	1	-1	10
6	00	1	1	1	-1	1	-1	60
7	00	-1	1	-1	1	1	-1	34
8	00	-1	-1	1	1	1	-1	16
9	00	1	1	-1	-1	-1	1	60
10	00	1	-1	1	-1	-1	1	15
11	00	-1	-1	-1	1	-1	1	8
12	00	-1	1	1	1	-1	1	37
13	00	-1	1	-1	-1	1	1	32
14	00	-1	-1	1	-1	1	1	4
15	00	-1	-1	-1	1	1	1	12
16	00	1	1	1	1	1	1	32

pla26

```
   Blocks  A  B  C  D  E  F  Y
1      00 -1 -1 -1 -1 -1 -1  6
2      00 -1  1  1 -1 -1 -1 26
3      00  1  1 -1  1 -1 -1 60
```

```
4      00   1  -1   1   1  -1  -1   5
5      00   1  -1  -1  -1   1  -1  10
6      00   1   1   1  -1   1  -1  60
7      00  -1   1  -1   1   1  -1  34
8      00  -1  -1   1   1   1  -1  16
9      00   1   1  -1  -1  -1   1  60
10     00   1  -1   1  -1  -1   1  15
11     00  -1  -1  -1   1  -1   1   8
12     00  -1   1   1   1  -1   1  37
13     00  -1   1  -1  -1   1   1  32
14     00  -1  -1   1  -1   1   1   4
15     00  -1  -1  -1   1   1   1  12
16     00   1   1   1   1   1   1  32
```

attach(pla26)

O fatorial fracionado 2^{6-2} planejado no exemplo é de resolução IV e, portanto, o interesse é de estudar os efeitos principais e certas interações de segunda ordem, como por exemplo: A*B, B*C, C*D, D*E, E*F.

Assim, tem-se:

mod26<-lm(Y~A+B+C+D+E+F+A:B+B:C+C:D+D:E+E:F)
anova(mod26)

```
Analysis of Variance Table
Response: Y
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
A          1  901.0   901.0 11.1336 0.028924 *
B          1 3965.2  3965.2 48.9980 0.002192 **
C          1   92.2    92.2  1.1393 0.345943
D          1    0.5     0.5  0.0058 0.942879
E          1    1.7     1.7  0.0215 0.890492
F          1    1.8     1.8  0.0223 0.888637
A:B        1  374.7   374.7  4.6296 0.097800 .
B:C        1   78.2    78.2  0.9667 0.381171
C:D        1   25.8    25.8  0.3192 0.602255
D:E        1   15.2    15.2  0.1874 0.687394
E:F        1  266.9   266.9  3.2982 0.143527
Residuals  4  323.7    80.9
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

summary(mod26)

```
Call:
lm(formula = Y ~ A + B + C + D + E + F + A:B + B:C + C:D + D:E +
    E:F)

Residuals:
      1       2       3       4       5       6       7       8
-0.9318 -1.5000  3.2500 -0.8182 -1.2159  3.6477 -5.3977  2.9659
      9      10      11      12      13      14      15      16
0.3977  2.0341 -7.5795  5.1477  1.7500 -4.1818  9.7273 -7.2955

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  25.8239     2.2995  11.230 0.000358 ***
A             4.2330     2.4915   1.699 0.164551
B            16.8011     2.2995   7.306 0.001866 **
C            -1.4489     2.2995  -0.630 0.562848
D            -0.8011     2.2995  -0.348 0.745109
E            -1.3011     2.2995  -0.566 0.601743
F            -1.3011     2.2995  -0.566 0.601743
A:B           6.1420     2.4915   2.465 0.069301 .
B:C          -2.4261     2.2995  -1.055 0.350907
C:D          -1.0739     2.2995  -0.467 0.664806
D:E          -1.1761     2.2995  -0.511 0.635962
E:F          -4.1761     2.2995  -1.816 0.143527
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 8.996 on 4 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9465,     Adjusted R-squared: 0.7993
F-statistic: 6.429 on 11 and 4 DF,  p-value: 0.04356
```

As estimativas dos efeitos serão obtidas por:

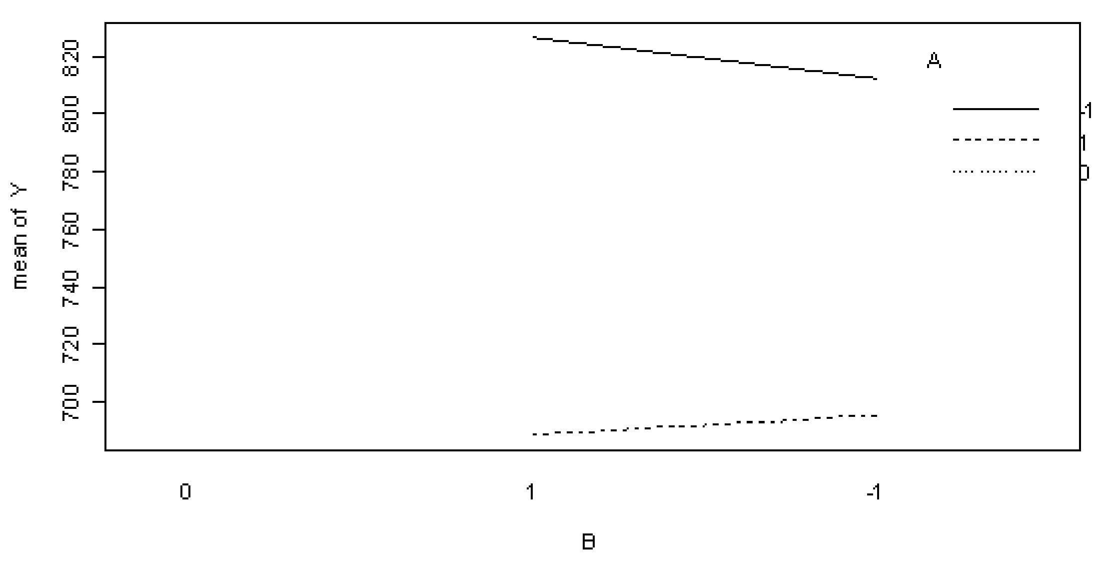
coef(mod26)*2

```
(Intercept)           A           B           C           D           E
 51.647727    8.465909   33.602273   -2.897727   -1.602273   -2.602273
         F         A:B         B:C         C:D         D:E         E:F
 -2.602273   12.284091   -4.852273   -2.147727   -2.352273   -8.352273
```

No exemplo, somente os efeitos do intercepto, do fator B, e da interação A:B não foram nulos (P < 0,1). Neste caso o gráfico da interação dos fatores A e B (Figura 4) será construído da seguinte forma:

```
interaction.plot(B, A, Y)
```

Figura 4. Gráfico da interação dos fatores A e B



Já os gráficos de interação para os fatores que não tiveram interação significativa (P > 0,1), devem ser construídos da seguinte forma:

```
mod.fat26.sig<-lm(Y~B+A:B)            # Modelo contendo apenas os fatores significativos
re.mod.fat26.sig<-residuals(mod.fat26.sig)   # Resíduos do modelo
fit.mod.fat26.sig<-Y-re.mod.fat26.sig     # Valor de Y ajustado pelo modelo
interaction.plot(B, C, fit.mod.fat26.sig)   # Gráfico da interação com os valores ajustados
interaction.plot(C, D, fit.mod.fat26.sig)
interaction.plot(D, E, fit.mod.fat26.sig)
interaction.plot(E, F, fit.mod.fat26.sig)
```